

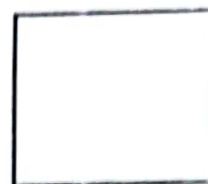


Universidad Simón Bolívar
Departamento de Física

Física I

FS-1111

Primer Parcial - Bloque A
Sartenejas, 02 de noviembre de 2022



Nombre: _____ Carnet: _____ Cédula: _____ Sección: _____

Parte I: Selección simple (20 puntos). A continuación se presentan 10 preguntas con un valor de 2 puntos cada una. Marque con una **X** la opción que considere correcta, justificando debidamente en cada caso su respuesta. Si no hay justificación o la misma está errada, se asignará una nota de cero puntos a la pregunta. Cada planteamiento tiene una única respuesta correcta, por lo que marcar más de una opción anula la respuesta. No hay factor de corrección.

1. (2 pts.) Sea $\vec{A}$ un vector de norma 5 cuyos ángulos directores cumplen que $\cos \theta_x = \cos \theta_y = \frac{\sqrt{2}}{4}$ y $\cos \theta_z = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. Entonces, se tiene que

() $\vec{A} = 5\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{4}\hat{j} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{k}\right)$

() $\vec{A} = \frac{\sqrt{2}}{4}\hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{4}\hat{j} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{k}$

☒ $\vec{A} = 5\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{4}\hat{j} - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{k}\right)$

() $\vec{A} = \frac{\sqrt{2}}{4}\hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{4}\hat{j} - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{k}$

() Ninguna de las anteriores.

Los cosenos directores son:

$$\cos \theta_x = \frac{x}{|\vec{A}|}; \quad \cos \theta_y = \frac{y}{|\vec{A}|}; \quad \cos \theta_z = \frac{z}{|\vec{A}|}$$

$$x = |\vec{A}| \cos \theta_x; \quad y = |\vec{A}| \cos \theta_y; \quad z = |\vec{A}| \cos \theta_z$$

$$\vec{A} = |\vec{A}| \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{4}\hat{j} - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{k} \right)$$

2. (2 pts.) Sean $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$, $\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$ y $\vec{C} = C_x\hat{i} + C_y\hat{j} + C_z\hat{k}$ tres vectores tales que $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$. Se puede afirmar correctamente que

() $C_x = A_y B_z + A_x B_y - A_z B_x$

() $C_x = A_y B_z + A_z B_y$

☒ $C_x = A_y B_z - A_z B_y$

() $C_y = A_y B_z - A_z B_y$

() Ninguna de las anteriores.

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_y B_z - A_z B_y)\hat{i} + \dots$$

3. (2 pts.) Los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ mostrados en la figura forman dos lados de un triángulo equilátero de lado L . Sea $\hat{n}$ el vector unitario perpendicular al plano formado por el triángulo apuntando hacia afuera de la hoja. Con base en lo anterior, se puede afirmar que $2\vec{A} \times \vec{B}$ es igual a

() $L^2 \hat{n}$

() $\sqrt{3} L^2 \hat{n}$

() $\frac{\sqrt{3}}{2} L^2 \hat{n}$

☒ $-\sqrt{3} L^2 \hat{n}$

() Ninguna de las anteriores.

$$2\vec{A} \times \vec{B} = -H\hat{n}$$

$$H = |2\vec{A}| |\vec{B}| \sin 60$$

$$|\vec{A}| = |\vec{B}| = L$$

$$H = L^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2\vec{A} \times \vec{B} = -\sqrt{3} L^2 \hat{n}$$

página 1 de 3



4. (2 pts.) Sean $\vec{A}$ y $\vec{B}$ dos vectores no nulos. Si se cumple que $\|\vec{A} + \vec{B}\| = \|\vec{A} - \vec{B}\|$, entonces:

() el ángulo entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$ es 45° .

☒ $\vec{A}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares.

() $\vec{A}$ y $\vec{B}$ son paralelos.

() $\vec{A}$ y $\vec{B}$ son antiparalelos.

() Ninguna de las anteriores.

$$|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2}$$

$$|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{(A_x - B_x)^2 + (A_y - B_y)^2}$$

$$(A_x^2 + B_x^2 + 2A_x B_x) + (A_y^2 + B_y^2 + 2A_y B_y) = (A_x^2 + B_x^2 - 2A_x B_x) + (A_y^2 + B_y^2 - 2A_y B_y)$$

$$2A_x B_x + 2A_y B_y + 2A_x B_x + 2A_y B_y = 0 \Rightarrow A_x B_x + A_y B_y = 0 \Rightarrow \vec{A} \perp \vec{B}$$

5. (2 pts.) Sean $\vec{A}$ y $\vec{B}$ dos vectores arbitrarios. Indique cuál de las siguientes igualdades podemos afirmar que NO se cumple siempre:

() $(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{A} = 0$. $\rightarrow$ Se cumple por def. $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C} \perp \vec{A} \Rightarrow \vec{C} \cdot \vec{A} = 0$

() $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{B}) = 0$. $\rightarrow$ Se cumple por definición

☒ $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{A}) = 0$. $\rightarrow \vec{B} \times \vec{A} = \vec{C} \rightarrow \vec{C} \perp \vec{A} \Rightarrow \vec{A} \times \vec{C} \neq 0$ al menos que: $|\vec{A}|=0$ o $|\vec{C}|=0$

() $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A} = 0$. $\rightarrow$ conmutatividad

() Ninguna de las anteriores.

6. (2 pts.) Sean $\vec{F} = f_x(t)\hat{i} + f_y(t)\hat{j}$ y $\vec{a} = a_x(t)\hat{i} + a_y(t)\hat{j}$ dos vectores que dependen de un parámetro común t y sea m un escalar constante, independiente de t . Se observa que se cumple una relación entre ambos vectores dada por $\vec{F} = m\vec{a}$ para todo t . Entonces, la cantidad escalar m se puede calcular de la siguiente manera:

() Se dividen por separados las componentes de los vectores $\vec{F}$ y $\vec{a}$.

() Se une los vectores por su origen y se proyecta el vector $\vec{a}$ sobre el vector $\vec{F}$.

☒ Se calcula la norma del vector $\vec{F}$ y se divide entre la norma del vector $\vec{a}$.

() Se une el extremo del vector $\vec{F}$ con el extremo del vector $\vec{a}$ y se obtiene la proyección de un vector sobre otro.

() Ninguna de las anteriores.

La división de vectores no está definida, pero si $m = \frac{|\vec{F}|}{|\vec{a}|}$

7. (2 pts.) Si usted lanza una pelota de forma vertical hacia arriba con una cierta rapidez inicial v_0 , ésta cae libremente y alcanza una altura máxima h parado un tiempo t_f después de que sale de su mano. Si en cambio lanza usted la pelota verticalmente hacia arriba con el doble de la rapidez inicial, ¿cuánto tiempo le tomará alcanzar su nueva altura máxima?

() $\frac{t}{2}$

() $\frac{t}{\sqrt{2}}$

() t

☒ $2t$

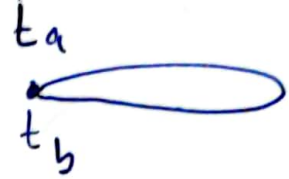
() Ninguna de las anteriores.

$$t_{max} = \frac{v_0}{g} \rightarrow$$

$$\text{Para } t = \frac{2v_0}{g} \Rightarrow t = 2t_{max}$$

8. (2 pts.) En dos instantes distintos, t_a y t_b , con $t_a < t_b$, el vector velocidad $\vec{v}$ de una partícula tienen la misma magnitud, dirección y sentido. Puede asegurarse que:

- ☒ La aceleración media de la partícula en el intervalo $[t_a, t_b]$ es nula.
 () La velocidad de la partícula es constante.
 () La trayectoria de la partícula es una recta.
 () La aceleración de la partícula es cero en todo instante en el intervalo $[t_a, t_b]$.
 () Ninguna de las anteriores.



9. (2 pts.) La ley de movimiento de una partícula que se mueve a lo largo del eje X está dada por $\vec{r} = x(t)\hat{i}$, donde $x(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0)\hat{i}$, las cantidades A_0 , ω_0 y ϕ_0 son escalares constantes de unidades apropiadas y el parámetro t es el tiempo. Si denotamos como $a(t)$ la norma del vector aceleración, entonces podemos asegurar que:

- () $a(t) = \omega_0 x(t)$.
 () $a(t) = -\omega_0^2 x(t)$.
 () $a(t) = -\omega_0 x(t)$.
 () $a(t) = \omega_0^2 x(t)$.
 () Ninguna de las anteriores.

$$\begin{aligned}\vec{x}(t) &= A_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0) \hat{i} \\ \vec{v}(t) &= -\omega_0 A_0 \sin(\omega_0 t + \phi_0) \hat{i} \\ \vec{a}(t) &= -\omega_0^2 A_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0) \hat{i} \\ \vec{a}(t) &= -\omega_0^2 \vec{x}(t) \hat{i} \rightarrow \bar{a}(t) = a\end{aligned}$$

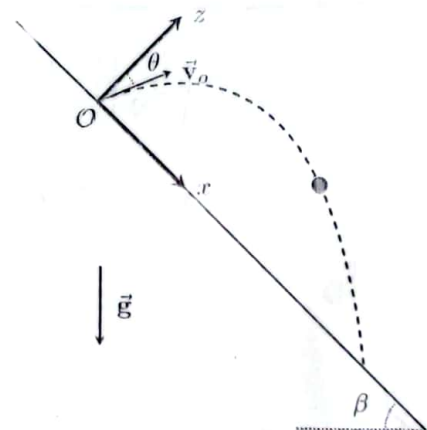
10. (2 pts.) Discutiendo el movimiento de una partícula ¿cuál de las siguientes declaraciones es cierta?

- () La rapidez de la partícula no puede aumentar si la magnitud de su aceleración está disminuyendo.
☒ La velocidad de la partícula puede ser nula en un instante aún cuando en ese instante la partícula esté siendo acelerada.
 () Si el movimiento de la partícula es a lo largo de una recta, los sentidos de sus vectores velocidad y aceleración no pueden ser opuestos.
 () Si la aceleración de la partícula es cero, ésta debe estar inmóvil.
 () Ninguna de las anteriores.

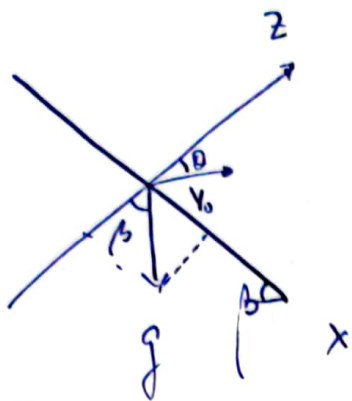
Parte II: Problema de desarrollo (15 puntos). A continuación se presenta un problema que debe desarrollar. Justifique cada argumento siendo coherente, claro, conciso, ordenado y escribiendo con letra legible.

11. La figura muestra una colina inclinada un ángulo β respecto a la horizontal y la trayectoria de un balón, el cual es lanzado desde el origen O con una velocidad inicial $\vec{v}_0$, que forma un ángulo θ con respecto del eje z . Sea v_0 la rapidez.

- (a) (5 pts.) Tome el sistema de referencia indicado en la figura y determine los vectores aceleración, velocidad y posición en función del tiempo.
 (b) (5 pts.) Determine la máxima separación entre el balón y la colina.
 (c) (5 pts.) Halle la distancia entre el origen O y el punto de caída del balón. Determine el ángulo θ en términos de β para el cual esta distancia es máxima.



a)



$$\vec{g} = g_x \hat{i} + g_z \hat{k}$$

$$\vec{g} = g \sin \beta \hat{i} - g \cos \beta \hat{k}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{v} = \int \vec{a} dt + \vec{v}_0$$

$$\vec{v} = \int [g \sin \beta \hat{i} - g \cos \beta \hat{k}] dt + \vec{v}_0$$

$$\vec{v}_0 = v_{0x} \hat{i} + v_{0z} \hat{k}$$

$$\vec{v}_0 = v_0 \sin \theta \hat{i} + v_0 \cos \theta \hat{k}$$

$$\vec{v} = (v_0 \sin \theta + g t \sin \beta) \hat{i} + (v_0 \cos \theta - g t \cos \beta) \hat{k}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{r} = \int \vec{v} dt + \vec{r}_0$$

$$\vec{r} = \int [(v_0 \sin \theta + g t \sin \beta) \hat{i} + (v_0 \cos \theta - g t \cos \beta) \hat{k}] dt$$

$$\vec{r} = (v_0 t \sin \theta + g \frac{t^2}{2} \sin \beta) \hat{i} + (v_0 t \cos \theta - g \frac{t^2}{2} \cos \beta) \hat{k}$$

b) Para Hallar la máxima separación se debe tener que $dz/dt = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_0 \cos \theta - g t \cos \beta = 0 \rightarrow t = \frac{v_0 \cos \theta}{g \cos \beta}$$

Por otro lado:

$$z = v_0 t \cos \theta - g \frac{t^2}{2} \cos \beta$$

Entonces:

$$Z_{\max} = V_0 \cos \theta \left(\frac{V_0 \cos \theta}{g \cos \beta} \right) - g \frac{\cos \beta}{2} \left(\frac{V_0 \cos \theta}{g \cos \beta} \right)^2$$

$$Z_{\max} = \frac{V_0^2 \cos^2 \theta}{g \cos \beta} - \frac{V_0^2 \cos^2 \theta}{2g \cos \beta}$$

$$\boxed{Z_{\max} = \frac{V_0^2 \cos^2 \theta}{2g \cos \beta}}$$

c) Para hallar la distancia entre el origen y el punto de caída, debemos notar que:
 $Z=0$ en el punto de caída, por lo que

$$V_0 t \cos \theta - g \frac{t^2}{2} \cos \beta = 0 \Rightarrow \boxed{t = \frac{2V_0 \cos \theta}{g \cos \beta}}$$

Ahora, se debe sustituir este tiempo en el alcance x ; esto es:

$$x = V_0 t \sin \theta - g \frac{t^2}{2} \sin \beta \Rightarrow R = V_0 \sin \theta \left(\frac{2V_0 \cos \theta}{g \cos \beta} \right) - g \frac{\sin \beta}{2} \left(\frac{2V_0 \cos \theta}{g \cos \beta} \right)^2$$

$R \equiv$ alcance máximo

$$R = \frac{2V_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g \cos \beta} - \frac{g \sin \beta}{2} \frac{4V_0^2 \cos^2 \theta}{g^2 \cos^2 \beta}$$

$$R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g \cos \beta} - \frac{2V_0^2 \cos^2 \theta}{g \cos^2 \beta} \sin \beta$$

$$R = \frac{V_0^2}{g \cos \beta} \left[\sin 2\theta - (1 + \cos 2\theta) \tan \beta \right]$$

Para hallar el ángulo θ en términos de β para la distancia máxima, encontramos:

$$\frac{dR}{d\theta} = 0$$

$$\frac{dR}{d\theta} = \frac{V_0^2}{g \cos \beta} \left[2 \cos 2\theta - \tan \beta (-2 \sin 2\theta) \right]$$

$$\frac{dR}{d\theta} = 0 \Rightarrow \cos 2\theta + \sin 2\theta \tan \beta = 0$$

$$\boxed{\tan 2\theta = -\cot \beta}$$